第 1 章　随机事件与概率

本章概述

1. 随机现象

在一次试验中可能出现不同结果，而在大量重复试验中各个结果呈现统计规律性的现象称为随机现象.

2. 随机试验

若把科学实验或观察都称为试验，则满足下列条件的试验称为随机试验（通常用 E 表示）：

(1) 在相同的条件下可以重复进行；

(2) 每次试验的可能结果不止一个，且在试验开始前能明确所有可能的结果；

(3) 每次试验前不能确定哪个结果会出现.

3. 样本空间

随机试验的每一个可能出现的不可分解的结果称为样本点，全体样本点的集合称为样本空间，用 S（或 Ω）表示.

4. 随机事件

样本空间 S 的子集合称为随机试验 E 的随机事件，简称为事件，以大写字母 $A,B,\cdots$ 来表示. 随机事件可分为：

(1) 基本事件　只含一个样本点的子集；

(2) 复合事件　含若干个样本点的子集；

(3) 不可能事件　不含样本点的子集（空集），所以它在每次试验中都不会发生，记为 $\varnothing$.

(4) 必然事件　样本空间本身，所以它在每次试验中必然发生，记为 S.

事实上，(3) 与 (4) 具有确定性，不是随机事件，但仍可把它们当作随机事件来处理.

5. 事件间的关系

设 S 为试验 E 的样本空间，A,B,C 为 S 的子集，则以下关系存在：

(1) 包含　若 A 的每个样本点都属于 B，则 A 发生导致 B 发生，称事件 B 包含事件 A，或事件 A 被事件 B 包含，记为 $A \subset B$.

(2) 等价　若 $A \supset B$ 与 $A \subset B$ 同时成立，则称 A 与 B 等价，记为 $A=B$. 在一次试验中，

等价的两个事件或同时发生或同时不发生.

(3) 互斥(互不相容)　若事件 A 与事件 B 不能同时发生,称事件 A 与事件 B 互不相容(互斥),记为 $A \cap B = \varnothing$(或 $AB = \varnothing$).

6. 事件的运算

由于事件是集合,因此事件的运算与集合的运算是一致的. 常用的运算如下:

(1) 并(和)　至少属于 A 或 B 中一个的所有样本点的集合称为事件 A 与 B 的并(或和),记为 $A+B$ 或 $A \cup B$. 即在一次试验中,和事件 $A+B$ 发生表示 A 与 B 至少有一个发生.

$A_1 + A_2 + \cdots + A_n$ 或 $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ 称为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的和. $A_1 + A_2 + \cdots + A_n + \cdots$ 或 $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ 称为可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的和.

(2) 交(积)　同时属于 A 和 B 的所有样本点的集合称为事件 A 与 B 的交(或积),记为 $A \cap B$ 或 AB. 在一次试验中,积事件 AB 发生表示 A 与 B 都发生.

$A_1 A_2 \cdots A_n$ 或 $\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ 称为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的积. $A_1 A_2 \cdots A_n \cdots$ 或 $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ 称为可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的积.

(3) 差　事件 A 发生而事件 B 不发生,称为 A 与 B 的差,记为 $A-B$,有关系式 $A-B=A\overline{B}$.

需要注意的是,不要求 $A \supset B$ 才有 $A-B$.

(4) 逆(对立)　样本空间 S 中所有不包含在 A 中的样本点的集合称为 A 的逆,记为 $\overline{A}$,也称为 A 的对立事件. 在一次试验中 $\overline{A}$ 发生表示 A 不发生,有关系式

$$A + \overline{A} = S, A \cap \overline{A} = \varnothing.$$

7. 事件的运算规律

(1) 交换律　$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A.$

(2) 结合律　$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C,$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C.$

(3) 分配律　$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$

(4) 德·摩根律　$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}.$

8. 概率的两种定义

(1) 统计定义:在相同条件下进行了 n 次试验,若事件 A 发生了 n_A 次,则 n_A 称为 n 次试验中 A 发生的频数, $f_n(A) = \dfrac{n_A}{n}$ 称为事件 A 发生的频率. 当 $n \to \infty$ 时, n 次独立重复试验的频率 $f_n(A) = \dfrac{n_A}{n}$ 趋于稳定值 $P(A)$,则当 n 很大时,事件 A 发生的概率 $P(A) = p \approx \dfrac{n_A}{n}$.

(2) 古典定义:若随机试验 E 的样本空间 S 中元素为有限个,每个样本点发生的可能性相等(等可能性),则随机试验 E 的事件 A 发生的概率为

$$P(A) = \frac{A\text{ 包含的样本点个数 } m}{S\text{ 所包含的全部样本点个数 } n}$$

9. 概率的性质

(1) $P(\varnothing) = 0, P(S) = 1$;

(2) 对任一事件 A, $P(A) = 1 - P(\overline{A})$;

(3) 若$A_1,A_2,\cdots,A_n$两两互不相容,则

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i}^{n}P(A_i)$$

(4) 对两个事件 A,B,则

$$P(A-B)=P(A)-P(AB)$$

若 $B\subset A$,则

$$P(A-B)=P(A)-P(B),P(A)\geqslant P(B).$$

10. 加法公式

对于任意两个事件 A,B,有

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).$$

特别地,若 A 与 B 互不相容,则有

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

11. 条件概率

(1) 设A,B是试验E的两个事件,且$P(B)\neq 0$,则在事件B发生的条件下A发生的概率称为事件A在条件B下的条件概率,记为$P(A\mid B)$.

(2) 条件概率的计算方法

方法一:在试验 E 的样本空间中计算

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)},\text{当 }P(A)>0\text{ 时};P(A\mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)},\text{当 }P(B)>0\text{ 时}.$$

方法二:在缩减样本空间中计算,此时样本空间 S 缩减为 B,计算样本空间 B 以及事件 AB 中样本点个数,利用等可能概型计算概率.

12. 乘法定理

乘法定理是求积事件概率的基本定理.

(1) 若 $P(A)>0$,则 $P(AB)=P(A)P(B\mid A)$;

(2) 若 $P(AB)>0$,则 $P(ABC)=P(A)P(B\mid A)P(C\mid AB)$;

(3) 若 $P(A_1A_2\cdots A_{n-1})>0$,则

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2\mid A_1)P(A_3\mid A_1A_2)\cdots P(A_n\mid A_1A_2\cdots A_{n-1}).$$

13. 完备事件组

设 S 为试验 E 的样本空间,$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 E 的一组事件,若

(1) $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 两两互不相容,即$B_iB_j=\varnothing,i\neq j$,且 $i,j=1,2,\cdots,n$.

(2) $B_1+B_2+\cdots+B_n=\sum_{i=1}^{n}B_i=S$,且 $P(B_i)>0$,

则称$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个完备事件组,又称之为 S 的一个划分.

14. 全概率公式

设$B_1,B_2,\cdots,B_n$ 为 S 的一个完备事件组,若对 E 的一个事件 A,有 $P(B_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$,则有全概率公式

$$\begin{aligned}P(A)&=P(B_1)P(A\mid B_1)+P(B_2)P(A\mid B_2)+\cdots+P(B_n)P(A\mid B_n)\\&=\sum_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i).\end{aligned}$$

15. 贝叶斯公式

设$B_1,B_2,\cdots,B_n$为S的一个完备事件组，若对E的一个事件A，有$P(A)>0$，$P(B_i)>0(i=1,2,\cdots,n)$，则有贝叶斯公式

$$P(B_i\mid A)=\frac{P(B_i)P(A\mid B_i)}{P(B_1)P(A\mid B_1)+P(B_2)P(A\mid B_2)+\cdots+P(B_n)P(A\mid B_n)}$$
$$=\frac{P(B_i)P(A\mid B_i)}{\sum\limits_{i=1}^{n}P(B_i)P(A\mid B_i)}.$$

16. 事件独立性

(1) 两事件相互独立

对随机试验E的两个事件A,B，若$P(AB)=P(A)P(B)$，则称A,B为相互独立的事件，也简称事件A,B独立.

① 若A,B相互独立，则A与$\overline{B}$，$\overline{A}$与B，$\overline{A}$与$\overline{B}$也相互独立.

② 若A,B相互独立，则$P(B\mid A)=P(B)$，$P(A\mid B)=P(A)$，反之亦然.

(2) 三事件相互独立

若对A,B,C三事件，以下等式成立：

$$P(AB)=P(A)P(B),P(BC)=P(B)PC),$$
$$P(AC)=P(A)P(C),P(ABC)=P(A)P(B)P(C),$$

则称A,B,C相互独立.

若仅成立前三个等式，最后一个等式不成立，此时称A,B,C两两独立.

典型题解析

1. 设一盒子中有5件产品，其中3件为正品，2件为次品. 从盒子中任取2件，求取出的2件产品中至少有1件次品的概率.

【分析】 这是一个等可能概型，需要考察样本空间和随机事件中包含的样本点的个数. 从5件产品中任取2件，共有C_5^2种结果，即$n=C_5^2$. 另一方面，盒中正品有3件，则取到正品的结果有C_3^2个，即$k=3$，然后求二者的比值，结合对立事件的概率公式即可.

【解】 设A表示“取出的2件产品都是正品”，则

$$P(A)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10},$$

从而所求事件的概率为

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}.$$

2. 掷两颗骰子，已知两颗骰子点数之和为7，求其中一颗点数为1的概率.

【分析】 两颗骰子点数之和为7的样本点数为6，在缩减的样本空间中计算“两个骰子中有一颗出现1点”的概率，是一个条件概率.

【解】 设A表示“两颗骰子点数之和为7”，B表示“两个骰子中有一颗出现1点”，则A中的基本事件数为6，B含在A中的基本事件数为2，从而所求的概率为

$$P(B\mid A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

3. 设 A,B 为两事件,且 $P(A)=P(B)=\frac{1}{3}$,$P(A\mid B)=\frac{1}{6}$,求 $P(\overline{A}\mid\overline{B})$.

【分析】　利用条件概率公式,结合加法公式、德·摩根律、对立事件概率公式计算概率.

【解】　由

$$P(A\mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(AB)}{1/3}=\frac{1}{6},$$

得

$$P(AB)=\frac{1}{18},$$

于是

$$P(\overline{A}\mid\overline{B})=\frac{P(\overline{A}\,\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(\overline{A\cup B})}{1-P(B)}=\frac{1-P(A\cup B)}{1-\frac{1}{3}}$$

$$=\frac{1-[P(A)+P(B)-P(AB)]}{\frac{2}{3}}=\frac{1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{18}\right)}{\frac{2}{3}}=\frac{7}{12}.$$

4. 一商店出售的某种家电产品分别来自甲、乙两个工厂,其中甲工厂的产品数量是乙工厂的 2 倍,甲、乙两厂产品的正品率分别为 90% 和 75%,一顾客在这家商店购买了一件该种家电产品,求这件产品为正品的概率.

【分析】　正品的概率不容易直接求得,却很容易找到样本空间的一个划分 B_1,B_2,由全概率公式求出正品的概率.

【解】　设 B_1 表示“买到甲厂的产品”,B_2 表示“买到乙厂的产品”,A 表示这件产品为正品,则

$$P(B_1)=\frac{2}{3},P(B_2)=\frac{1}{3},P(A\mid B_1)=0.9,P(A\mid B_2)=0.75,$$

由全概率公式,得

$$\begin{aligned}P(A)&=(B_1)P(A\mid B_1)+P(B_2)P(A\mid B_2)\\&=\frac{2}{3}\times0.9+\frac{1}{3}\times0.75=0.85.\end{aligned}$$

5. 某种仪器由三个部件组装而成,设各部件的质量互不影响且它们的优质品率分别为 0.8,0.7,0.9. 若三个部件都是优质品,则仪器一定合格;若有一个部件不是优质品,则仪器的不合格率为 0.2;若有两个部件不是优质品,则仪器的不合格率为 0.6;若三个部件都不是优质品,则仪器的不合格率为 0.9. (1) 求仪器的不合格率;(2) 若已发现仪器不合格,问有几个部件不是优质品的概率最大.

【分析】　由已知,各部件的质量相互独立,利用已知的独立性来计算积事件的概率. 同时,造成仪器的不合格有多种可能情况,即为样本空间的一个划分,结合全概率公式和贝叶斯公式计算概率.

【解】　设 $B_i\,(i=0,1,2,3)$ 表示“仪器上有 i 个部件不是优质品”,A 表示“仪器不合

格”,则

$$P(B_0)=0.8\times0.7\times0.9=0.504,$$

$$P(B_1)=0.2\times0.7\times0.9+0.8\times0.3\times0.9+0.8\times0.7\times0.1=0.398,$$

$$P(B_3)=0.2\times0.3\times0.1=0.006,$$

$$P(B_2)=1-P(B_0)-P(B_1)-P(B_3)=0.092,$$

$$P(A\mid B_0)=0,P(A\mid B_1)=0.2,P(A\mid B_2)=0.6,P(A\mid B_3)=0.9.$$

(1) 由全概率公式,得

$$\begin{aligned}P(A)&=P(B_0)P(A\mid B_0)+P(B_1)P(A\mid B_1)+P(B_2)P(A\mid B_2)+P(B_3)P(A\mid B_3)\\&=0.504\times0+0.398\times0.2+0.092\times0.6+0.006\times0.9=0.1402.\end{aligned}$$

(2) 由贝叶斯公式,得

$$P(B_0\mid A)=0,$$

$$P(B_1\mid A)=\frac{P(B_1)P(A\mid B_1)}{P(A)}=\frac{0.389\times0.2}{0.1402}=\frac{796}{1402},$$

$$P(B_2\mid A)=\frac{P(B_2)P(A\mid B_2)}{P(A)}=\frac{0.092\times0.6}{0.1402}=\frac{552}{1402},$$

$$P(B_3\mid A)=\frac{P(B_3)P(A\mid B_3)}{P(A)}=\frac{0.006\times0.9}{0.1402}=\frac{54}{1402}.$$

从计算结果知,一台不合格的仪器中有1个部件不是优质品的概率最大.

6. 设事件 A,B 相互独立,且 $P(B)=0.5$,$P(A-B)=0.3$,求 $P(B-A)$.

【分析】 由减法公式 $P(A-B)=P(A)-P(AB)$ 以及独立性定义 $P(AB)=P(A)P(B)$ 计算概率.

【解】 由于

$$\begin{aligned}P(A-B)&=P(A)-P(AB)=P(A)-P(A)P(B)\\&=P(A)-0.5P(A)=0.5P(A)\\&=0.3,\end{aligned}$$

因此 $P(A)=0.6$,从而

$$P(B-A)=P(B)-P(AB)=P(B)-P(A)P(B)=0.5-0.6\times0.5=0.2.$$

7. 有两种花籽,发芽率分别为0.8,0.9,从中各取一颗,设各花籽是否发芽相互独立. 求:

(1) 这两颗花籽都能发芽的概率;

(2) 至少有一颗花籽能发芽的概率;

(3) 恰有一颗花籽能发芽的概率.

【分析】 该题主要是应用两事件相互独立的定义来解决.

【解】 设 $A=\{$第一颗花籽发芽$\}$,$B=\{$第二颗花籽发芽$\}$,即有 $P(A)=0.8$,$P(B)=0.9$.

(1) 由 A,B 相互独立,得两颗花籽都能发芽的概率为

$$P(AB)=P(A)P(B)=0.8\times0.9=0.72.$$

(2) 至少有一颗花籽能发芽的概率,即事件 $A\cup B$ 的概率为

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.8+0.9-0.72=0.98.$$

(3) 恰有一颗花籽能发芽的概率,即事件 $A\overline{B}\cup\overline{A}B$ 的概率为

$$
\begin{aligned}
P(A\overline{B}\cup\overline{A}B)&=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A-B)+P(B-A)\\
&=P(A)-P(AB)+P(B)-P(AB)\\
&=P(A)+P(B)-2P(AB)\\
&=0.8+0.9-2\times0.72\\
&=0.26.
\end{aligned}
$$

1.1 基本概念

学习目标

1. 知道随机试验的概念；
2. 理解样本空间和随机事件概念，会用集合写出简单随机试验的样本空间及随机事件；
3. 理解随机事件间的关系和运算，会利用事件间的关系和运算表达复杂事件；
4. 知道随机事件的概率定义；
5. 理解随机事件概率的性质，会运用这些性质解决相关问题.

预习导学

1. 设随机试验为掷一枚骰子，观察出现的点数，用集合表示其样本空间：

$$S=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

记随机事件 A 为“掷出点数不大于 4”，$A=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\}$.

事件 B 为“掷出偶数点”，$B=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\}$.

事件 C 为“掷出奇数点”，$C=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\}$.

$$A\cup B=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\},A\cap B=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\},$$

$$B-A=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\},A-B=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\},$$

$$\overline{B\cup C}=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\},(A\cup B)C=\{\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

2. 对某随机试验 E，设 A,B 为 E 的两个随机事件，请完善下列表格中相关记号的概率论含义：

记号	概率论含义	集合论含义
S		全集
$\varnothing$		空集
A		全集 S 的子集
$\overline{A}$		A 的补集
$A\subset B$		A 是 B 的子集
$A=B$		A 与 B 相等
$A\cup B$		A 与 B 的并集
AB		A 与 B 的交集
$A-B$		A 与 B 的差集
$AB=\varnothing$		A 与 B 无相同元素

3. 对于任意两个事件 A,B,有 $P(A+B)=$________________;特别地,若 A 与 B 互不相容,则有 $P(A+B)=$________.

课堂笔记

课堂练习

1. 下列现象中是确定性现象的是(　　),是随机现象的是(　　).

(1) 在我们地球上,水总是从高处流向低处;

(2) 在平面几何中,三角形的内角和为 180°;

(3) 购买一张彩票的中奖情况;

(4) 书店中随机抽选一本书,其中出现的错别字的个数;

(5) 某商场一天内进入的顾客数量.

2. 写出下列随机试验的样本空间及下列事件包含的样本点:

(1) 掷一颗骰子,出现奇数点;

(2) 掷两颗骰子,$A=$“出现点数之和为奇数,且恰好其中有一个1点”,$B=$“出现点数之和为偶数,但没有一颗骰子出现1点”;

(3) 将一枚硬币抛掷两次,$A=$“第一次出现正面”,$B=$“至少有一次出现正面”,$C=$“两次出现同一面”.

3. 事件$A=$“灯泡正常工作了2年”,$B=$“灯泡正常工作了3年”,则下列说法正确的是(　　).

(A)$A\supset B$　　(B)$A\subset B$

4. 以A表示事件“甲种产品畅销,乙种产品滞销”,则事件$\overline{A}$为(　　).

(A) 甲种产品滞销,乙种产品畅销　　(B) 甲、乙两种产品均畅销

(C) 甲种产品滞销　　(D) 甲种产品滞销或乙种产品畅销

5. 设A,B,C为三个事件,试用A,B,C表示下列事件:

(1)A,B都发生;　　(2)B,C至少有一个发生;

(3)A发生但C不发生;　　(4)A,B,C至多有两个发生.

6. 设A,B为随机事件,且$P(A)=0.7$,$P(A-B)=0.3$,求$P(\overline{AB})$.

7.甲、乙两人同时向一架敌机实施炮击,已知甲击中敌机的概率为 0.6,乙击中敌机的概率为 0.5,求敌机被击中的概率(设甲、乙都击中时敌机才坠毁,已知敌机坠毁的概率是 0.3).

课后作业

★★★ << A >> ★★★

1.下列现象中是确定性现象的是(　　),是随机现象的是(　　).

(1)在我们地球上,太阳从东方升起;

(2)在平面几何中,三角形的内角均不大于 180°;

(3)购买的一台电视机的寿命;

(4)书店中随机抽选一本书,其中出现的错别字的个数;

(5)一场篮球比赛开始前,两支队伍的终场比分;

(6)一台服务器一周内出现故障的次数;

(7)世界杯开赛前,预测冠军得主的球队.

2.写出下列随机试验的样本空间:

(1)抛掷一枚骰子,观察点数出现的情况;

(2)将一枚硬币抛掷三次,观察正反面出现的情况;

(3)记录一年中故宫接待的游客人次;

(4)一台服务器正常运行的时间.

3. 设 A,B 为两个事件，用文字表示下列事件：

(1) $\overline{A}+\overline{B}$

(2) $\overline{A+B}$

(3) $\overline{AB}$

4. 设 A,B,C 表示三个事件，试利用 A,B,C 表示下列事件：

(1) A 发生，B,C 不发生；

(2) A,B 都发生，C 不发生；

(3) 所有三个事件都发生；

(4) 三个事件中至少有一个发生；

(5) 三个事件都发生；

(6) 只有 B 发生；

(7) 只有 B 不发生；

(8) 不多于一个事件发生；

(9) 不多于两个事件发生；

(10) 三个事件中至少有两个发生.

5. 简化下列事件的表达式：

(1) $(A+B)(B+C)$

(2) $(A+B)(A+\overline{B})$

(3) $(A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B)$

6. 设 A,B 是两个事件，则一定有 $P(A+B)=($　　$)$.

(A)$P(A)+P(B)$　　(B)$P(A)+P(B)-P(A)P(B)$

(C)$1-P(\overline{A})P(\overline{B})$　　(D)$P(A)+P(B)-P(AB)$

7. 设事件 $A,B,A+B$ 的概率分别为 0.4，0.3 和 0.6，求 $P(A-B)$.

8. 设 $P(A)=0.3,P(B)=0.5$.

(1) 若 $AB=\varnothing$，求 $P(B\overline{A})$；

(2) 若 $A\subset B$，求 $P(B\overline{A})$；

(3) 若 $P(AB)=0.2$，求 $P(A+B)$.

9. 花园新村有 20% 的成年人订阅了都市快报，16% 的成年人订阅了都市晚报，8% 的成年人同时订阅这两种报纸. 在花园新村成年人中随机选一人，问此人至少订阅两种报纸之一的概率是多少？

★★★ << **B** >> ★★★

1. 设 A,B 为两事件，且 $P(A)=0.6,P(B)=0.7$，则：

(1) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最大值？

(2) 在什么条件下 $P(AB)$ 取到最小值?

2. 随机事件 A 与 B 互不相容,且 $A=B$,则 $P(A)=$________.

3. 假设 A,B 为两个随机事件,且 $AB=\overline{A}\,\overline{B}$,则 $A+B=$________,$AB=$________.

4. 假设随机事件 A 与 B 满足 $P(AB)=P(\overline{A}\,\overline{B})$,且 $P(A)=p$,求 $P(B)$.

5. 设 A,B 是两个随机事件,已知 A 和 B 至少有一个发生的概率是 $1/3$,A 发生且 B 不发生的概率是 $1/9$,求 B 发生的概率.

6. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=1/4$,$P(AC)=P(BC)=1/16$,$AB=\varnothing$,求事件 A,B,C 全不发生的概率.

★★★ << C >> ★★★

1."事件 A,B,C 两两互斥" 与"$ABC=\varnothing$" 是不是一回事？并说明它们的联系.

2.设 A,B 是任意两个随机事件,求 $P\{(\overline{A}\cup B)(A\cup B)(\overline{A}\cup\overline{B})(A\cup\overline{B})\}$.

3.设某地夏季天气只有三种状态:晴天、阴天(多云)、雨天.已知晴天的可能性是阴天的 2 倍,雨天的可能性只有阴天的一半,问该地夏季出现三种天气的概率各为多少?

4.某城市中发行 2 种报纸 A,B.经调查,在这 2 种报纸的订户中,订阅 A 报纸的有 45%,订阅 B 报纸的有 35%,同时订阅 2 种报纸 A,B 的有 10%.求只订 1 种报纸的概率.

5.(15) 若 A,B 为任意两个随机事件,则(　　).

(A)$P(AB)\leqslant P(A)P(B)$　　(B)$P(AB)\geqslant P(A)P(B)$

(C)$P(AB)\leqslant \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$　　(D)$P(AB)\geqslant \dfrac{P(A)+P(B)}{2}$

1.2 等可能概型

学习目标

1. 掌握等可能概型求概率公式，会求简单古典概型的概率；

2. 理解组合计数的加法原理和乘法原理，会应用它们解决简单古典概型概率求解问题；

3. 理解计数的排列公式和组合公式，会应用它们解决简单古典概型概率求解问题；

预习导学

1. 掷一枚硬币两次，观察出现正反面情况. 若记出现正面为 H，出现反面为 T，则该随机试验的样本空间 $S=\{\qquad\qquad\qquad\}$，若随机事件 A 为“至少出现一次正面”，则 $A=\{\qquad\qquad\qquad\}$，事件 A 发生的概率 $P(A)=$____________.

2. 若随机试验 E 的样本空间 S 中的元素为 n 个，每个样本点发生的可能性相等（等可能性），随机试验 E 的事件 A 包含 S 中 m 个元素，则事件 A 发生的概率为 $P(A)=$________.

课堂笔记

课堂练习

1. 在掷骰子试验中，同时抛掷两颗骰子，求：

(1) 分别掷出 5、6、7 点的概率；

(2) 两颗骰子上出现的点数都是奇数的概率.

2. 有 10 件产品，其中恰好有 6 件正品，4 件次品. 试求下列事件的概率：

(1) 从这些产品中一次性任取 2 件，其中恰好有 2 件次品；

(2) 从这些产品中有放回地连续取 2 件，2 件都是次品；

(3) 从这些产品中无放回地连续取 2 件，2 件都是次品；

(4) 从这些产品中一次性任取 3 件，3 件全是正品；

(5) 从这些产品中一次性任取 3 件，恰有 1 件是正品；

(6) 从这些产品中一次性任取 3 件，至少有 1 件是正品.

3. 在 10 把钥匙中有 3 把钥匙能打开门，今任取两把，求能打开门的概率.

4. 从 0,1,2,…,9 中任意选出 3 个不同的数字，试求下列事件的概率：

(1) $A_1=\{3$ 个数字中不含 0 与 $5\}$；

(2) $A_2=\{3$ 个数字中不含 0 或不含 $5\}$.

5. 将 3 只球随机放入 4 个杯子中，问杯子中球的个数最多为 1,2,3 的概率各是多少？

课后作业

★★★ << A >> ★★★

1. 一只口袋装有 6 只球，其中 4 只白球，2 只红球. 从口袋中取球两次，每次随机地取一只，考虑两种取球方式(有放回抽样和无放回抽样)，求：

(1) 取到两只球都是白球的概率；

（2）取到两只球颜色相同的概率；

（3）取到的两只球中至少有一只是白球的概率.

2. 在 1500 件产品中有 400 件次品，1100 件正品，任取 200 件.

（1）求恰有 90 件次品的概率；

（2）求至少有 2 件次品的概率.

3. 已知在 10 件产品中有 2 件次品，在其中取两次，每次任取一件，做不放回抽样，求下列事件的概率：

（1）两件都是正品；

（2）两件都是次品；

（3）一件是正品，一件是次品；

（4）第二次取出的是次品.

4. 设一袋内装有 9 只白球和 3 只红球，从袋中任意地顺次取出 3 只球(取出后不放回)，求：

(1) 第三次取出的是白球的概率；

(2) 若第三次取出的是白球，则第一次取得的也是白球的概率.

★★★ << B >> ★★★

1. 某一学生宿舍住有 4 名学生，问 4 人当中至少有 2 人的生日在一周内的同一天的概率为(　　).

(A) $\frac{1}{343}$　　(B) $\frac{120}{343}$

(C) $\frac{342}{343}$　　(D) $\frac{223}{343}$

2. 抛两枚骰子，观察其点数. 求下列事件的概率：

(1)A:“点数之和大于 7”；

(2)B:“点数之差小于 2”.

3. 某班级有 10 名学生是同一年出生的(这一年按 365 天计算)，试求下列事件的概率：

(1) 至少有两人是同一天出生的；

(2) 至少有一人是 10 月 1 日出生的.